DEVOIR N°4 - P2 - 2H

Consignes pour la rédaction

- **Noter le numéro *complet* de la question *très lisiblement* (encadré ou en couleur)**
- **Changer de page au début d'un nouvel exercice.**
- **Le numéro de l'exercice est à noter ou à souligner en couleur.**
- **S'assurer de laisser une marge pour la notation.**

Ex.1 Atterrir sur Mars

Arrivé sur Mars le 6 août 2012, Curiosity, robot mobile (rover) de la NASA est le plus gros rover de l'histoire de l'exploration martienne : longueur = 3 m ; largeur = 2,7 m ; hauteur = 2,2 m ; masse = 900 kg. La NASA a ainsi démontré l'efficacité d'une nouvelle technique d'atterrissage automatique extraterrestre. Cette technique audacieuse a mis en œuvre une « grue volante » pour déposer tout en douceur le robot au bout de trois filins.

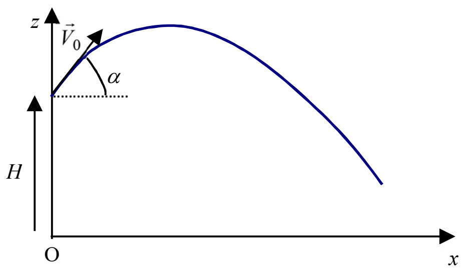
Faire atterrir une sonde sur Mars est un exercice périlleux. La principale difficulté vient du fait que l'atmosphère martienne est très ténue : moins de 1 % de la pression de l'atmosphère terrestre. Résultat, l'utilisation d'un bouclier thermique, qui tire parti de la friction sur les couches atmosphériques, puis d'un parachute de très grande taille, comme on le fait pour le retour d'engins sur Terre, ne suffit pas pour freiner l'engin. Il faut faire appel à un autre dispositif pour le ralentir encore un peu plus et le poser sans danger.

Dans la tête des ingénieurs de la NASA a émergé alors une nouvelle idée. Elle était inspirée par les hélicoptères de l'armée américaine baptisés « grue volante », capables de transporter et de déposer au sol des charges de plusieurs tonnes à l'extrémité d'un filin. Dans la version spatiale de cette grue volante, c'est un étage de descente propulsé par huit rétrofusées qui joue le rôle de l'hélicoptère.

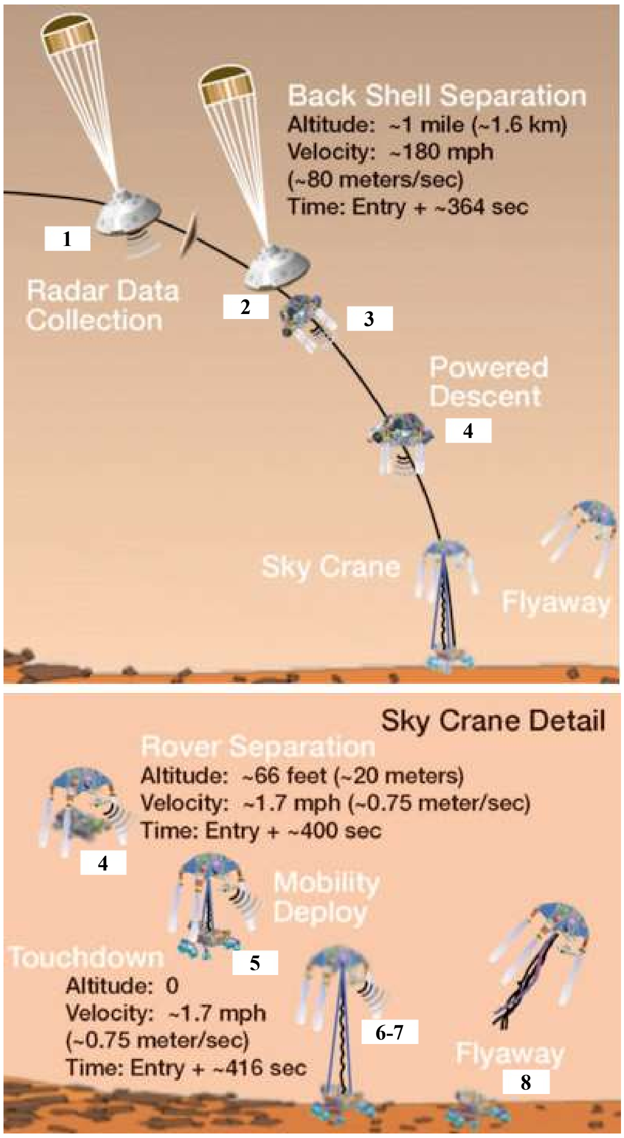
Données :

- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3{,}0\cdot10^{8}$ m·s^{-1}
- Champ de pesanteur au voisinage de la surface de Mars : $g = 3{,}7$ m·s^{-2}
- Dans un champ de pesanteur uniforme, l'équation de la trajectoire d'un mouvement de chute libre avec vitesse et altitude initiales s'écrit :

$$z(x) = -\frac{g\cdot x^2}{2\cdot V_0^2\cdot\cos^2\alpha} + x\cdot\tan\alpha + H$$



Document : Principales étapes de l'atterrissage de Curiosity sur Mars



Après sa descente sous un parachute, la capsule allume son radar pour contrôler sa vitesse et son altitude (1). À 2 kilomètres d'altitude et à une vitesse de 100 mètres par seconde, l'étage de descente, auquel est rattaché le rover, se sépare de la capsule (2) et allume ses 8 moteurs fusées (3) pour ralentir jusqu'à faire du « quasi-surplace » (4). À 20 mètres du sol, l'étage de descente a une vitesse de 75 centimètres par seconde seulement, il commence alors à descendre le robot au bout de trois filins de 7,50 mètres (5). L'engin dépose Curiosity en douceur (6). Les filins sont coupés, ainsi que le « cordon ombilical » qui permettait à l'ordinateur de bord du rover de contrôler la manœuvre (7). L'étage de descente augmente alors la poussée de ses moteurs pour aller s'écraser à 150 mètres du lieu d'atterrissage (8).

1. La descente autopropulsée

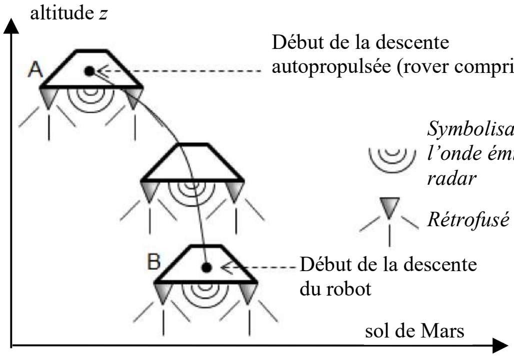


Figure 1

On admet que la masse m de l'étage de descente (rover compris) reste à peu près constante lors de la descente et vaut environ $2{,}0\cdot10^3$ kg, et que le champ de pesanteur martien est uniforme durant cette phase.

1.1. Établir l'expression du travail du poids de l'étage de descente, lors de son déplacement du point A au point B définis sur la figure 1, en fonction de m, g, AB et de l'angle $(\vec{P}\,;\overrightarrow{AB})$ noté θ.

1.2. En s'appuyant sur un schéma, établir l'expression du travail du poids en fonction notamment des altitudes z_A et z_B, respectivement du point A et du point B.

1.3. Déterminer la valeur du travail du poids entre A et B et commenter son signe.

Évolution de l'énergie mécanique de l'étage de descente

1.4.1. Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m de l'étage de descente au point A et au point B.

1.4.2. L'énergie mécanique de l'étage de descente évolue-t-elle au cours du mouvement entre les points A et B ? Interpréter qualitativement ce résultat.

2. Dégagement autopropulsé de l'étage de descente désolidarisé du rover

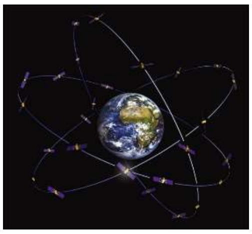
Une fois le rover déposé, la poussée des moteurs augmente et propulse verticalement l'étage de descente jusqu'à une altitude de 50 m au-dessus du sol martien. L'étage s'incline alors d'un angle de 45° par rapport à l'horizontal et les moteurs se coupent.

2.1. À partir du moment où les moteurs se coupent, l'étage de descente a un mouvement de chute libre. Justifier.

2.2.a. Retrouver l'expression mathématique de l'équation de la trajectoire $z(x)$ donnée plus haut dans l'énoncé.

2.2.b. Déterminer la valeur de la vitesse initiale V_0 minimale permettant d'écarter l'étage de descente d'au moins 150 m du lieu d'atterrissage du rover.

Ex.2 Constellations de satellites Galileo



La constellation Galileo désigne le système européen de navigation par satellite initié par l'Union européenne et l'Agence spatiale européenne. À terme, elle sera composée de trente satellites répartis en trois orbites circulaires à une altitude de 23 522 km.

Caractéristiques techniques de Galileo et de ses concurrents

Nom du dispositif	GALILEO	GPS	GLONASS
Nombre de satellites	30	24	29
Altitude h de mise en orbite	23 522 km	20 200 km	19 100km
Nombre de bandes de fréquence	3	3	2
Période de rotation d'un satellite		11 h 58 min	11 h 15 min

On s'intéresse au mouvement du satellite sur une orbite considérée comme circulaire.

Données

- rayon de la Terre : $R_T = 6380$ km ;
- masse de la Terre : $M_T = 5{,}98\cdot10^{24}$ kg ;
- constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ $m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}$;

1. Énoncer la deuxième loi de Kepler ou loi des aires dans le cas général et l'illustrer par un schéma.

2. Montrer que, dans l'approximation d'une trajectoire circulaire, le mouvement du satellite est uniforme.

3. Comparer qualitativement la période d'un satellite du système Galileo à celles des satellites GPS et Glonass.

4. Vérifier la réponse de la question précédente par un calcul.

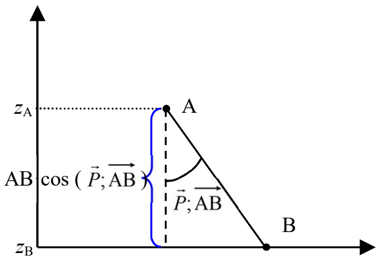
Correction

Ex.1

1.1. $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}\cdot\overrightarrow{AB} = m\cdot g\cdot AB\cdot\cos\theta$ **[0,5 pt]**

-3 si AB·cos θ devient $(z_A - z_B)\cdot\cos\theta$
-2 si expression finale donnée directement

1.2. On voit sur ce schéma que $AB\cdot\cos(\vec{P};\overrightarrow{AB}) = z_A - z_B$



Donc $W_{AB}(\vec{P}) = m\cdot g\cdot(z_A - z_B)$ **[0,5 pt]**

B si W($\vec{P}$) = -ΔE_{PP} affirmée sans justification
-2 si $z_B - z_A$
-2 si z_A - z_B est donnée directement

1.3. D'après le document 1, A se trouve à 2 km d'altitude, B se trouve à 20 m et g vaut 3,7 m·s^{-2}, donc :

$W_{AB}(\vec{P}) = m\cdot g\cdot(z_A - z_B) = 2\cdot10^3\times3{,}7\times1{,}98\cdot10^3$ = 15 MJ.

Cette valeur est positive car le poids a un travail moteur. **[0,5 pt]**

-1 si justification fausse d'un travail du poid résistant

1.4.1. $E_m(A) = m\cdot g\cdot z_A + 0{,}5\cdot m\cdot v_A^2 = 2\cdot10^3\times3{,}7\times2\cdot10^3 + 0{,}5\times2\cdot10^3\times100^2$ = 25 MJ.

E_m (B) = 0,15 MJ car z_B = 20 m et $v_B \cong 0$. **[0,5 pt]**

D si formule $E_m = E_c + E_{pp}$
Raisonnement et calcul correct, mais mauvaise exploitation des données : -2

1.4.2. L'énergie mécanique diminue au cours de la descente car l'étage de descente n'est pas soumis qu'à son seul poids : la force de poussée des rétrofusées n'est pas une force conservative. **[0,5 pt]**

-3 si justification fausse ou absente

3.1. Plus de poussée des rétrofusées et peu de frottement (vu que la vitesse de l'étage est modeste et l'atmosphère de Mars très ténue). L'étage de descente n'est donc soumis qu'à son poids, ce qui est la définition d'une chute libre. **[0,25 pt]**

3.2.a. L'étage n'est soumis qu'à son poids. Dans le repère proposé dans les données, la RFD devient : $\vec{P} = m\cdot\vec{a}$. Donc, par intégrations successives des coordonnées du vecteur accélération, on obtient :

$a_x = 0 \rightarrow v_x = v_{0x} = v_0\cdot\cos\alpha \rightarrow x = v_0\cdot\cos\alpha\cdot t + x_0$
$a_z = -g \rightarrow v_z = -gt + v_0\cdot\sin\alpha \rightarrow z = -0{,}5\cdot g\cdot t^2 + v_0\cdot\sin\alpha\cdot t + z_0$

Or, $x_0 = 0$ et $z_0 = H$, donc :

$x(t) = v_0\cdot\cos\alpha\cdot t$
$z(t) = -0{,}5\cdot g\cdot t^2 + v_0\cdot\sin\alpha\cdot t + H$

On remplace t par $\dfrac{x}{v_0\cdot\cos\alpha}$ dans l'expression de $z(t)$ et on obtient :

$$z(x) = -\frac{g\cdot x^2}{2\cdot V_0^2\cdot\cos^2\alpha} + x\cdot\tan\alpha + H$$ **[1,5 pt]**

3.2.b On veut que $z(x) = 0$ pour x = 150 m. D'après l'énoncé, H = 50 m et α = 45°.

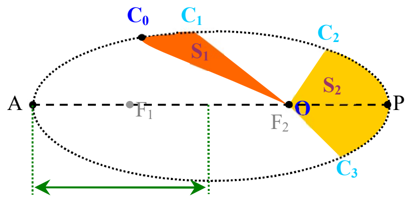
On isole V_0 : $V_0 = \sqrt{\left(\frac{-g\cdot x^2}{2\cdot\cos^2\alpha\cdot(z - x\cdot\tan\alpha - \ )}\right)}$

AN : $V_0 = \sqrt{\left(\frac{-3{,}7\times150^2}{2\cdot\cos^2 45\cdot(0 - 150\cdot\tan 45 - 50)}\right)}$ = 20 m·s^{-1} **[1,5 pt]**

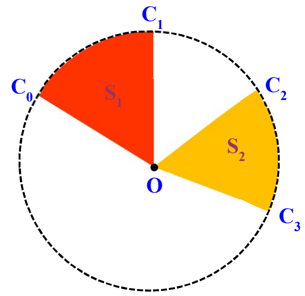
D si seulement z (150) = 0
-1 par erreur de valeur ou erreur d'étourderie de calcul.
-3 si grosse erreur de calcul, mais données OK

Ex.2

1. Loi des aires : O étant l'astre attracteur et C le satellite, pendant des intervalles de temps égaux, les aires balayées par OC sont égales. (Si le corps C a mis le même temps pour passer de la position C_0 à C_1 et de C_2 à C_3, alors les surfaces S_1 et S_2 sont égales). **[0,5 pt]**



2. Dans le cas d'une trajectoire circulaire, le segment OC a une longueur constante. Comme $S_1 = S_2$, alors la longueur de l'arc de cercle $\widehat{C_0C_1}$ est égale à la longueur de l'arc de cercle $\widehat{C_2C_3}$. Comme ces distances sont parcourues pendant une durée égale, alors la vitesse est constante sur l'orbite. **[1 pt]**



3. On se sert de la 3^e loi de Kepler appliquée à une orbite circulaire de rayon r : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$.

On remarque que si r augmente, alors T doit également augmenter car la fraction $\frac{T^2}{r^3}$ est constante. **[0,5 pt]**

D si aucune justification

4. Calcul de la période des satellites Galileo à partir de la 3^e loi de Kepler :

$T = \sqrt{\frac{4\pi^2\cdot r^3}{GM_T}} = \sqrt{\frac{4\pi^2\times(6380\cdot10^3+23522\cdot10^3)^3}{6{,}67\cdot10^{11}\times6{,}0\cdot10^{24}}}$ =51,4·10^3 s soit environ 14 h 17 min. **[1 pt]**