Devoir n°3 — 1h40

Ex.1 – Orbite de l'ISS

La station spatiale internationale ISS est à ce jour le plus grand des objets artificiels placés en orbite terrestre à une altitude de 400 km.

La station spatiale internationale, supposée ponctuelle et notée S, évolue sur une orbite qu'on admettra circulaire, dont le plan est incliné de 51,6° par rapport au plan de l'équateur. Son altitude est environ égale à 400 km.

Données

- Rayon de la Terre : R = 6380 km
- Masse de la station : m = 435 tonnes
- Masse de la Terre : $M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg
- Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$
- Altitude de la station ISS : h = 400 km
- Expression de la valeur de la force d'interaction gravitationnelle F entre deux corps A et B ponctuels de masses respectives m_A et m_B, distants de d = AB :

$$F = \frac{G \cdot m_A \cdot m_B}{d^2}$$

1. Représenter sur un schéma :

- la Terre et la station S, supposée ponctuelle ;
- la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre sur la station.

Donner l'expression vectorielle de cette force dans le repère de Frenet associé à la station.

2. En considérant la seule action de la Terre, établir l'expression vectorielle de l'accélération $\vec{a}_S$ de la station dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen, en fonction de G, M, h, R et du vecteur unitaire.

3.1. Montrer que, dans le cas d'un mouvement circulaire, la valeur de vitesse de la station sur son orbite est constante et a pour expression :

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R_T + h}}$$

3.2. Calculer la valeur de la vitesse de la station en $m \cdot s^{-1}$.

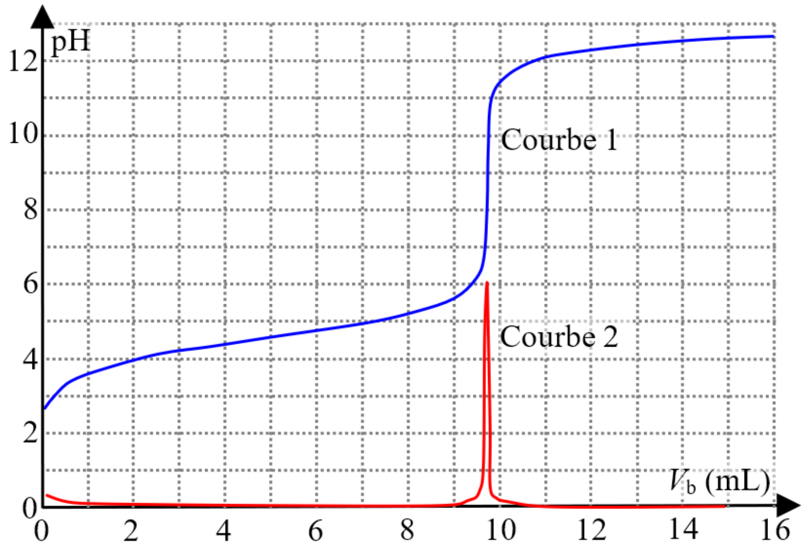
4. Combien de révolutions autour de la Terre un astronaute présent à bord de la station spatiale internationale fait-il en 24 h ?

Ex.2 Titrage d'un comprimé d'ibuprofène

Afin de réaliser le titrage de l'ibuprofène, contenu dans un comprimé d'« ibuprofène 400 mg » :
- on réduit en poudre le comprimé dans un mortier à l'aide d'un pilon ;
- on sépare l'ibuprofène des excipients par dissolution dans l'éthanol que l'on évapore ensuite (les excipients sont insolubles dans l'éthanol) ;
- on introduit la poudre obtenue dans une fiole jaugée de 100 mL que l'on complète avec de l'eau distillée. On obtient ainsi une solution appelée S ;
- on titre 10 mL de S par de la soude ($Na^+_{(aq)}$ + $HO^-_{(aq)}$) de concentration molaire c_b = 0,020 mol·L^{-1}.

Le titrage est suivi par pH-métrie. Les courbes obtenues sont tracées ci-dessous.

Donnée : Masse molaire de l'ibuprofène $M(C_{13}H_{18}O_2)$ = 206 g·mol^{-1}.



1. Réaliser un schéma légendé du montage permettant d'effectuer le titrage.

2. Écrire l'équation de la réaction support de titrage en notant AH la molécule d'ibuprofène.

3. Quelles caractéristiques doit posséder une réaction chimique pour être utilisée lors d'un titrage ?

4. Définir l'équivalence d'un titrage.

5.1. Parmi les courbes 1 et 2, quelle est celle qui représente l'évolution du pH en fonction de V_b et celle qui représente $\frac{\text{dpH}}{\text{d}V_b}$ en fonction de V_b ? Justifier.

5.2. Déterminer la valeur du volume équivalent V_{bE} par deux méthodes différentes.

6. Déterminer la quantité de matière n_{Ai} d'ibuprofène titré.

7. Calculer la masse m d'ibuprofène contenue dans un comprimé et comparer cette dernière à la valeur attendue.

8. On souhaite évaluer l'incertitude Δm sur la masse m liée aux différentes sources d'erreurs avec un niveau de confiance de 95%. Dans ces conditions :

• l'incertitude sur la mesure du volume versé par cette burette est ΔV_b = 0,16 mL ;
• l'incertitude sur la concentration en hydroxyde de sodium est Δc_b = 1 mmol·L^{-1} ;
• l'incertitude relative sur la volume de solution S prélevé est $\frac{\Delta V_A}{V_A} = 0{,}5\ \%$

$$\frac{\Delta m}{m} = \sqrt{\left(\frac{\Delta V_b}{V_{bE}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c_b}{c_b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V_A}{V_A}\right)^2}$$

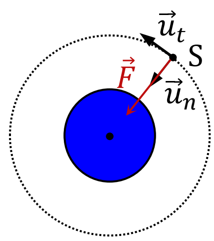
Présenter le résultat de la valeur de la masse m sous la forme $m = m \pm \Delta m$.

Correction

Ex.1

1. Schéma de la terre et de la station spatiale **[1]**

$$\vec{F} = \frac{G \cdot m \cdot M}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u}_n$$



$\vec{F}$ est colinaire à $\vec{u}_n$ car la trajectoire est circulaire.

OK si repère de Frenet pas présent

-1 si pas de justification colinéarité $\vec{F}$ et $\vec{u}_n$

-1 si notation grandeurs ne correspondent pas à notation énoncé.

-1 si pas notation vectorielle

2. La seule force qui s'applique à la station est l'action de la terre (énoncé). Donc, d'après la RFD, l'accélération $\vec{a}_S$ de la station est donnée par : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}_S$. On en déduit : **[1]**

$$\vec{a}_S = \frac{G \cdot M}{(R + h)^2} \cdot \vec{u}_n$$

3.1. Dans le repère de Frenet, l'expression de l'accélération est :

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{R + h}\vec{u}_n$$

$R + h$ étant le rayon de la trajectoire (cours). Donc on peut écrire :

$$\frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{R + h}\vec{u}_n = \frac{G \cdot M}{(R + h)^2} \cdot \vec{u}_n$$

Par identification, on en déduit que $\frac{dv}{dt} = 0$ et que $\frac{v^2}{R+h} = \frac{G \cdot M}{(R+h)^2}$

Ce qui donne $v = \sqrt{\frac{GM}{R_T+h}}$ **[2]**

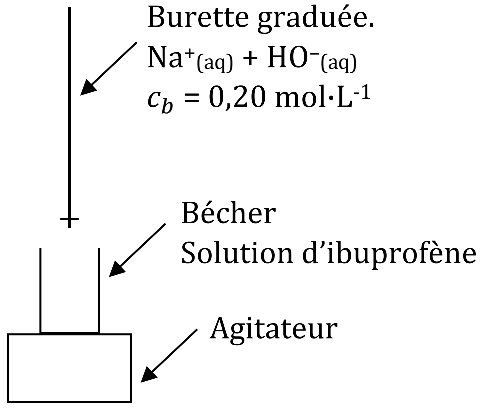
3.2. v = 7,67 km·s^{-1} **[0,5]**

-1 si pas d'unité. -1 si CS absurde

4. Périmètre de l'orbite : $d = 2\pi \cdot (R + h) = 42{,}6 \cdot 10^3$ km. À cette vitesse, il faut $T = d / v = 5{,}55 \cdot 10^3$ s pour faire une révolution, soit 15,8 révolutions par 24h **[1]**

Ex.2

1. Schéma du montage :



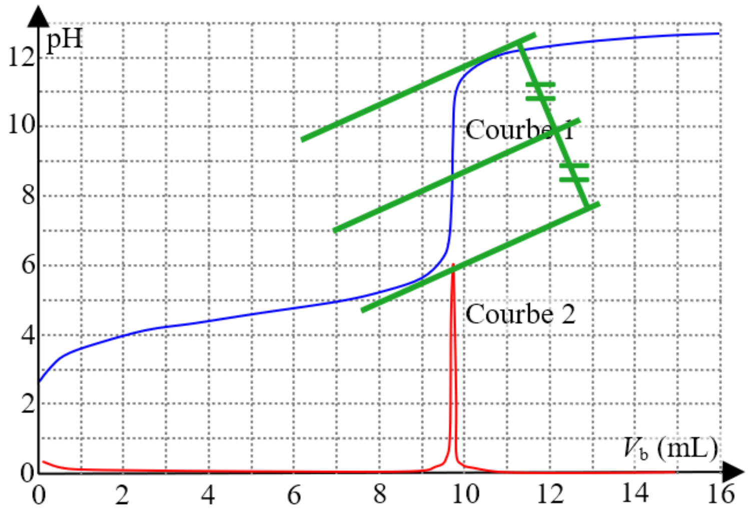
2. $AH + HO^- \rightarrow A^- + H_2O$

3. Rapide, totale, spécifique de l'espèce à titrer, équivalence repérable.

4. Équivalence : moment où le titrant et le titré ont été introduit en proportion stœchiométrique.

5.1. Comme il s'agit d'un titrage acido-basique d'un acide faible par une base, le pH après l'équivalence sera supérieur à 7. La courbe montrant l'évolution du pH est donc la courbe n°1 et la courbe montrant $\frac{\mathrm{dpH}}{\mathrm{d}V_b}$ est la courbe n°2.

5.2. Méthode des tangentes (construction exigée) ou maximum de la courbe n°2. $V_{bE} \simeq 9{,}8$ mL.



6. À l'équivalence, n_i (ibu) = n_E (HO^-) = $c_b \cdot V_{bE}$ = 0,02×9,8 = 0,196 mmol.

7. Dans 10 mL de S, il y a 0,196×206 = 40,4 mg. Or ce volume ne contient que 10 % du comprimé. Donc dans un comprimé, il y a 404 mg.

8. Incertitude :

$$\frac{\Delta m}{m} = \sqrt{\left(\frac{0{,}16}{9{,}8}\right)^2 + \left(\frac{1}{20}\right)^2 + (0{,}005)^2} = 0{,}053$$

Donc Δm = 0,053×404 = 21 mg que l'on peut écrire avec un seul chiffre significatif : Δm = 0,02 g. Le dernire chiffre significatif de la masse doit avoir le même rang que le chiffre significatif de l'incertitude (ici le centième de gramme). Donc : m = 0,40 ± 0,02 g.