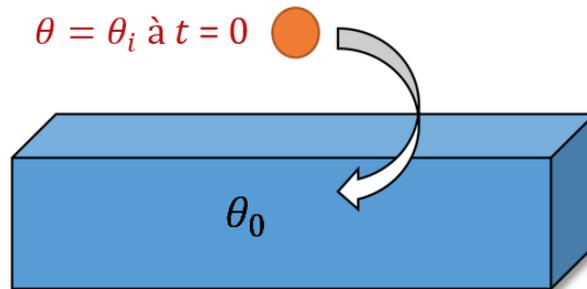


**Devoir n°4****1h40****Ex.1 – Refroidissement d'une bille**

Une bille métallique de masse  $m = 0,500$  kg, de surface  $S = 7,85 \cdot 10^{-3}$  m<sup>2</sup> et de capacité thermique massique  $C = 0,46$  kJ·kg<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>, initialement à la température  $\theta_i = 550$  °C est immergée brutalement dans un bain contenant un fluide à une température  $\theta_0 = 80$  °C maintenue constante.



L'échange de chaleur entre la bille et le fluide suit la loi de refroidissement de Newton :

$$\Phi = h\Delta\theta$$

Le coefficient de transfert  $h$  entre le fluide et la bille est de  $10$  W·m<sup>-2</sup>·K<sup>-1</sup>.

- Rappeler la définition du flux thermique  $\Phi$ . Donner l'expression reliant la quantité de chaleur échangée  $Q$  et le flux thermique  $\Phi$ .
- Montrer que la température de la bille à l'instant  $t$ , notée  $\theta(t)$ , obéit à une équation différentielle qui peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta_0 - \theta}{\tau}$$

- Donner l'expression du temps caractéristique  $\tau$  en fonction des paramètres du problème et calculer sa valeur.
- Donner l'expression de  $\theta(t)$  et tracer son allure sur un graphique.
- Au bout de combien de temps la bille atteint-elle la température de  $100$  °C ?

**Ex.2 – Isolation d'une maison**

- Quels sont les trois modes de transfert thermiques possibles ? Donner leurs caractéristiques.
- Calculer le flux thermique passant à travers un toit de maison d'une surface de  $115$  m<sup>2</sup>, lorsque l'intérieur de la maison est à  $19$  °C et l'extérieur est à  $4$  °C. Le toit a les caractéristiques ci-dessous :

Matériau	Épaisseur (mm)	Conductivité thermique (W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )
Laine de chanvre	100	0,042
Tuiles	40	0,60

- Si l'on considère que cette différence de température se maintient 3 mois par an, calculer l'énergie économisée durant cette période si on remplace la laine de chanvre par une même épaisseur de laine de roche, de conductivité thermique  $0,030$  W·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>.
- Comparer cette énergie aux besoins moyens d'une personne en électricité, qui est de  $120$  kW·h par mois (hors chauffage).

## Correction

### Ex.1

1. Flux thermique = puissance thermique échangée entre deux systèmes

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}$$

OK si  $\Phi = \frac{Q}{t}$  en précisant  $\Phi$  constant

B si confusion énergie / puissance (mais relation OK)

2. D'une part,  $Q = mC(\theta - \theta_i)$ . D'autre part,  $\Phi = h(\theta_0 - \theta)$ . Grâce à la définition du flux thermique, on arrive à l'expression :

$$\begin{aligned} \frac{d(mC(\theta - \theta_i))}{dt} &= h(\theta_0 - \theta) \\ mC \frac{d\theta}{dt} &= h(\theta_0 - \theta) \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{h}{mC}(\theta_0 - \theta) \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{\theta_0 - \theta}{\frac{mC}{h}} \end{aligned}$$

3. On voit que  $\tau = \frac{mC}{h} = 23$  s

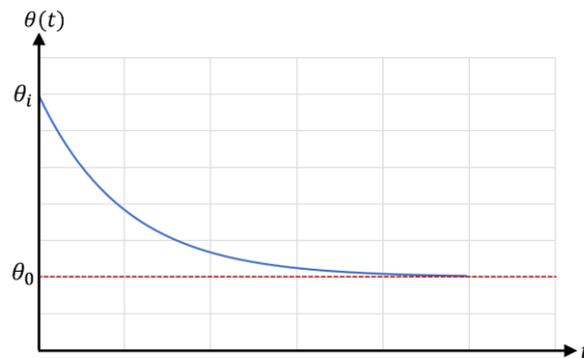
A- si unité de  $\tau$  pas précisée mais calculée en s

B si pas unité SI

4. En se ramenant à une forme connue d'équation-différentielle, et en tenant compte du fait que  $\theta(0) = \theta_i$ , on trouve :

$$\theta(t) = (\theta_i - \theta_0)e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_0$$

Son allure est une exponentielle décroissante qui tend vers  $\theta_0$ .



B si graphique sans aucune annotation

5. Comme vous ne savez pas (encore) résoudre l'équation

$$100 = 470 \cdot e^{-\frac{t}{23}} + 80$$

Il faut procéder à tâtons à l'aide de la calculatrice. On trouve environ 72 s

A- si problème d'unité

### Ex.2

1. **Conduction** : les vibrations des particules « chaudes » du solide se transmettent de proche en proche.

**Convection** : ne se produit que dans un fluide. Implique des mouvements du fluide dus aux différences de densité entre les parties chaudes et les parties froides du fluide.

**Rayonnement** : émission d'ondes électromagnétiques. seul mode de transfert qui puisse se faire dans le vide.

$$2. R_{th} = \frac{e}{\lambda S} = 0,1 \div (0,042 \times 115) + 0,04 \div (0,60 \times 115) = 0,021 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$$

$$\Phi = \frac{\Delta\theta}{R_{th}} = 15 \div 0,021 \simeq 700 \text{ W}$$

**3.a.** La nouvelle résistance thermique vaut  $0,030 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$ . Le flux thermique vaut environ  $510 \text{ W}$ . Cette différence puissance ( $190 \text{ W}$ ), sur une durée de 3 mois (soit environ  $7,8 \cdot 10^6 \text{ s}$ ) représente une énergie économisée de  $190 \times 7,8 \cdot 10^6 = 1,5 \text{ GJ}$

Remarque : on peut aussi faire le calcul directement en  $\text{W}\cdot\text{h}$  :  $200 \times (3 \times 30 \times 24) = 426 \text{ kW}\cdot\text{h}$

**3.b.** Ça représente  $426/120 \simeq 3,6$  fois la consommation mensuelle d'une personne.