

Devoir n°7**3h30****Exercice 1 – L'acide lactique****10 pts****1. Étude de la molécule d'acide lactique**

L'acide lactique ou acide 2-hydroxypropanoïque est un acide carboxylique de formule brute $C_3H_6O_3$. On le trouve dans le lait mais aussi dans le vin et dans certains fruits et légumes.

1.1. Sachant que le groupe $-OH$ est appelé groupe *hydroxy-*, justifier le nom systématique de l'acide lactique.

1.2. Quelles sont les fonctions présentes dans cette molécule ?

1.3. Donner la formule topologique de l'acide lactique.

1.4. Proposer un isomère de position de fonction de cette molécule.

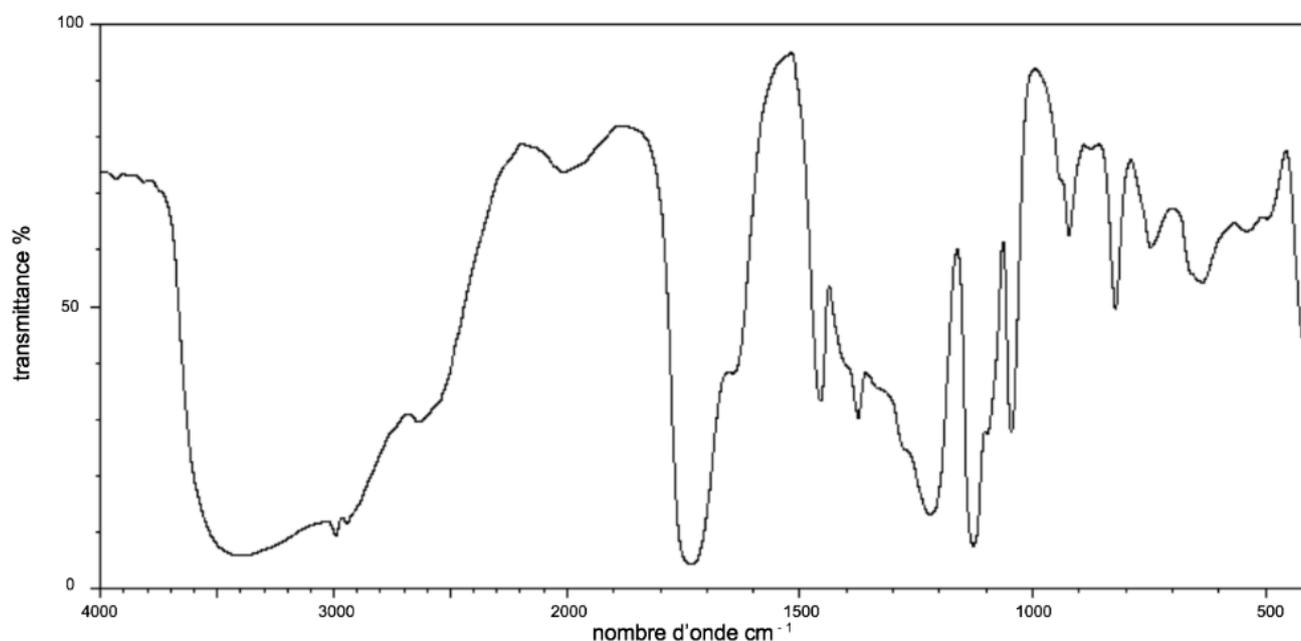
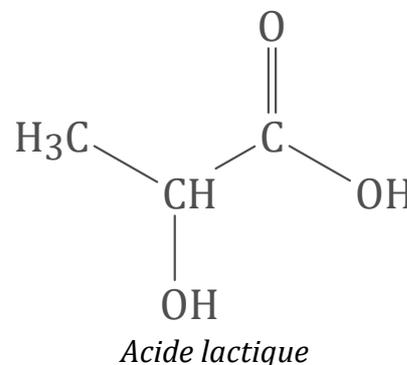


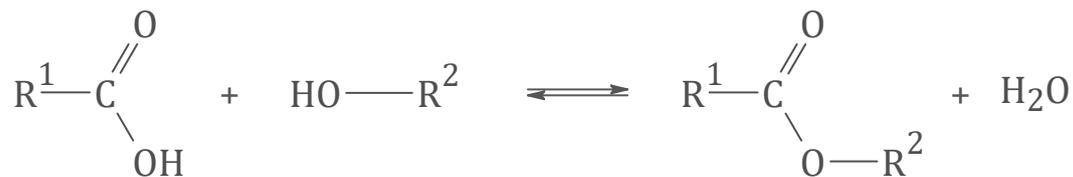
Fig. 1 – Spectre infrarouge de l'acide lactique

Liaison	Nombre d'onde (cm^{-1})	Intensité
O – H alcool libre	3500 - 3700	forte, fine
O – H alcool lié	3200 - 3400	forte, large
O – H acide carboxylique	2500 - 3200	forte à moyenne, large
C = O ester	1700 - 1740	forte
C = O amide	1650 - 1740	forte
C = O aldéhyde et cétone	1650 - 1730	forte
C = O acide carboxylique	1680 - 1710	forte

1.5. À partir de la table spectroscopique ci-dessus, identifier dans le spectre (figure 1) la présence de deux liaisons caractéristiques de la molécule d'acide lactique.

2. Synthèse d'un polymère

La réaction entre un acide carboxylique et un alcool donne un ester, selon l'équation-bilan générale ci-dessous.



2.1. Donner la formule semi-développée du composé formé par la réaction d'estérification entre deux molécules d'acide lactique.

2.2. Il est possible de former un polymère à partir de l'acide lactique. Les différents monomères sont liés entre eux par une fonction ester. Ce polymère a l'avantage d'être biodégradable. Donner la formule semi-développée de ce polymère.

3. Synthèse du lactate d'éthyle

Document : Synthèse du lactate d'éthyle, solvant agrosourcé

Les solvants constituent une classe de substances largement utilisées dans de nombreux secteurs économiques où ils jouent des rôles divers. Ce sont des liquides capables de dissoudre, de diluer ou d'extraire d'autres composés sans engendrer de modifications chimiques. Cependant, les solvants traditionnels sont généralement des composés organiques volatils, nocifs pour la santé et pour l'environnement. Dans ce contexte, de nouveaux solvants, non toxiques et biodégradables, sont apparus sur le marché.

Le lactate d'éthyle est l'un de ces solvants agrosourcés. Il est produit par estérification de l'acide lactique avec l'éthanol. Un problème majeur de cette réaction est qu'elle est équilibrée. Pour obtenir un rendement correct, il est donc nécessaire de déplacer l'équilibre. Ceci est notamment possible en utilisant un excès d'éthanol.

Une autre solution est d'ajouter au milieu réactionnel un solvant insoluble dans l'eau dans lequel le lactate d'éthyle est plus soluble que dans la phase de départ (acide lactique, éthanol).

3.1. En utilisant les indications données dans la partie B, écrire l'équation-bilan de la réaction ayant lieu entre l'acide lactique et l'éthanol.

Cette estérification peut être réalisée selon deux modes opératoires :

Procédé A

La synthèse de lactate d'éthyle est réalisée dans un ballon équipé d'un réfrigérant. Les quantités suivantes de réactifs sont introduites dans le réacteur : 66,7 g d'éthanol et 39,1 g d'acide lactique. 0,33 g d'acide sulfurique est ajouté aux réactifs. Le milieu réactionnel est agité au moyen d'un agitateur magnétique et porté à la température de 80 °C. La quantité de matière de lactate d'éthyle produite en fonction de la durée de la réaction est représenté sur la figure 2 ci-dessous.

Procédé B

La synthèse de lactate d'éthyle est réalisée de la même manière que pour le procédé A mais en ajoutant un solvant d'extraction aux réactifs. La quantité de matière de lactate d'éthyle en fonction de la durée de la réaction est représenté sur la figure 2 ci-dessous.

On obtient les résultats suivants :

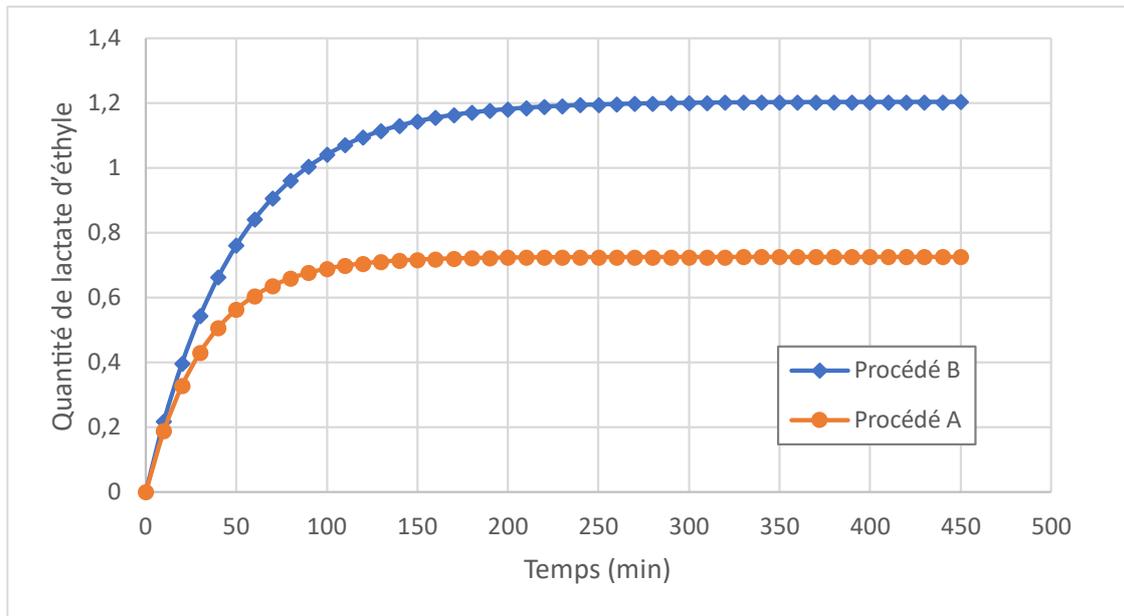


Fig. 2 : Quantité de matière de lactate d'éthyle produite au cours du temps suivant le procédé A ou B

Données :

- Caractéristiques physiques de quelques espèces chimiques :

	Acide lactique	Éthanol	Lactate d'éthyle
Masse molaire ($\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)	90,0	46,0	118
Masse volumique ($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	1,25	0,789	1,03

- Solubilités dans le solvant d'extraction utilisé lors de la synthèse du lactate d'éthyle :

	Acide lactique	Éthanol	Lactate d'éthyle	Eau
Solubilité dans le solvant d'extraction ajouté dans le procédé B	insoluble	insoluble	soluble	insoluble

3.2. Quel est l'intérêt du montage de chauffage à reflux ?

3.3. L'acide sulfurique joue le rôle de catalyseur. Donner la définition de ce terme.

3.4. Vérifier par calcul que l'éthanol est en excès dans les procédés A et B décrits précédemment.

3.5. Calculer la masse de lactate d'éthyle m_{lac} que l'on pourrait obtenir si la transformation chimique était totale.

3.6. En utilisant la figure 2, calculer les rendements obtenus par les deux procédés et indiquer le procédé le plus efficace.

3.7. Estimer la vitesse initiale d'apparition de l'acide lactique (en $\text{mol}\cdot\text{min}^{-1}$) pour le procédé B. Cette vitesse est-elle sensiblement différente de celle du procédé A ?

3.8. Donner l'expression du quotient de la réaction Q_r d'estérification étudiée.

3.9. Le lactate d'éthyle étant plus soluble dans le solvant introduit dans le procédé B que dans la phase de départ (acide lactique, éthanol), justifier que l'ajout d'un solvant lors de la synthèse du lactate d'éthyle permet de déplacer l'équilibre de la réaction d'estérification.

Pour la question suivante, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

3.10. 28 millions de tonnes de solvants organiques sont produits chaque année. Évaluer le volume d'éthanol nécessaire à la substitution de 80 % en masse des solvants organiques par des solvants agrosourcés. On fera l'hypothèse que la totalité du solvant agrosourcé produit est du lactate

d'éthyle obtenu par le procédé B décrit précédemment. Comparer cette valeur au volume d'éthanol produit annuellement dans le monde : 120 milliards de litres.

Exercice 2 – Observation d'une exoplanète

5 pts

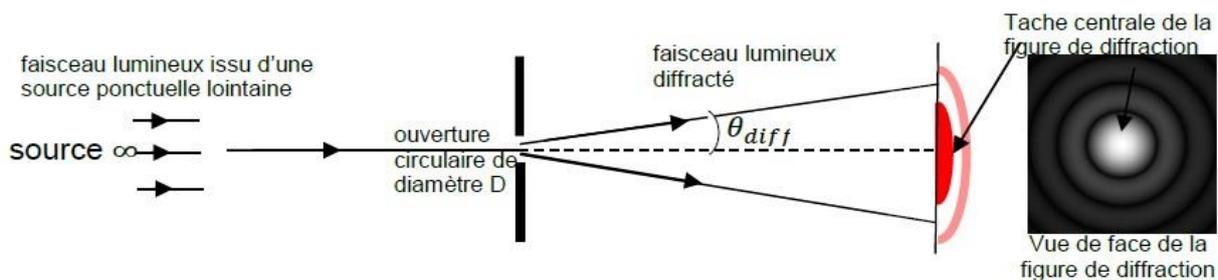
Les exoplanètes sont des planètes situées en dehors du système solaire. Leur éloignement, mais aussi leur manque de luminosité par rapport aux étoiles autour desquelles elles tournent, rendent leur détection difficile.

1. Comment la diffraction rend-elle difficile l'observation d'une exoplanète ?

Un télescope de diamètre D collecte la lumière émise par un objet céleste, puis la renvoie vers un système optique de formation d'image qui ne sera pas étudié ici. Actuellement, l'observation de détails avec un télescope terrestre est principalement limitée par le phénomène de diffraction lié à la valeur de l'ouverture circulaire D du télescope car il est possible d'annuler l'effet des turbulences atmosphériques sur la qualité des images formées.

La première planète extrasolaire dont on a pu faire une image par observation directe dans le proche infrarouge s'appelle 2M1207b. Cette exoplanète orbite à une distance estimée à 55 unités astronomiques (ua) autour de l'étoile 2M1207a, située à 230 années lumières (al) de la Terre.

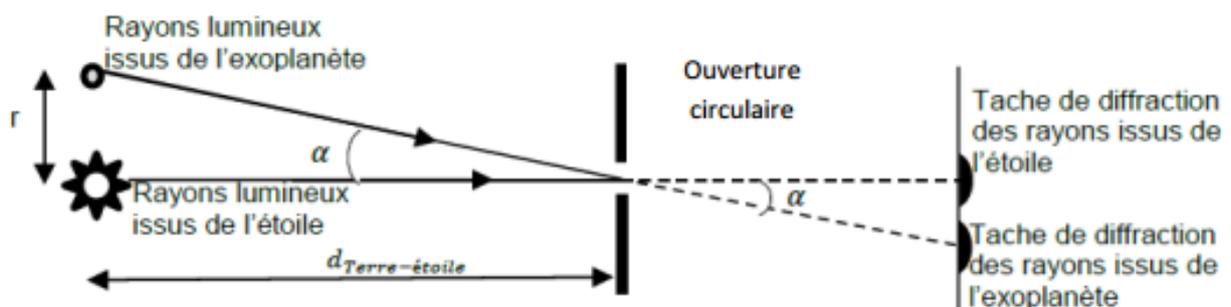
Document 1 : Diffraction par une ouverture circulaire



Dans le cas d'une ouverture circulaire, on admet que l'angle de diffraction θ_{diff} (en radian) vérifie la relation $\theta_{\text{diff}} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$, λ est la longueur d'onde du faisceau incident et D le diamètre de l'ouverture.

Écart angulaire et diffraction

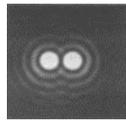
Des rayons lumineux issus d'un couple étoile-planète et passant par l'ouverture circulaire d'un télescope terrestre sont représentés dans le schéma ci-dessous :



α est l'écart angulaire entre l'étoile et la planète, c'est-à-dire l'angle sous lequel l'écart angulaire étoile-planète est vu depuis la Terre. Il se calcule grâce à la relation : $\alpha \simeq \tan \alpha = \frac{r}{d_{TE}}$ où r est la distance entre la planète et l'étoile et d_{TE} la distance entre la Terre et l'étoile.

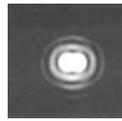
Critère de Rayleigh pour distinguer deux objets

Un télescope permet de distinguer deux objets à condition que l'écart angulaire α entre ces deux objets soit supérieur ou égal à l'angle de diffraction θ_{diff} .



$$\alpha > \theta_{\text{diff}}$$

on peut distinguer les deux objets



$$\alpha = \theta_{\text{diff}}$$



$$\alpha < \theta_{\text{diff}}$$

on ne peut pas distinguer les deux objets

Données :

- unité astronomique : $1 \text{ ua} = 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$;
- année lumière : $1 \text{ al} = 9,46 \times 10^{15} \text{ m}$;
- vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

1.1. Quelle propriété de la lumière permet d'expliquer le phénomène de diffraction ?

1.2. Déterminer le diamètre D du télescope terrestre permettant de distinguer la planète 2M1207b de l'étoile 2M1207a. On admet que la longueur d'onde des rayons lumineux provenant des deux objets célestes a pour valeur $\lambda = 2,0 \mu\text{m}$.

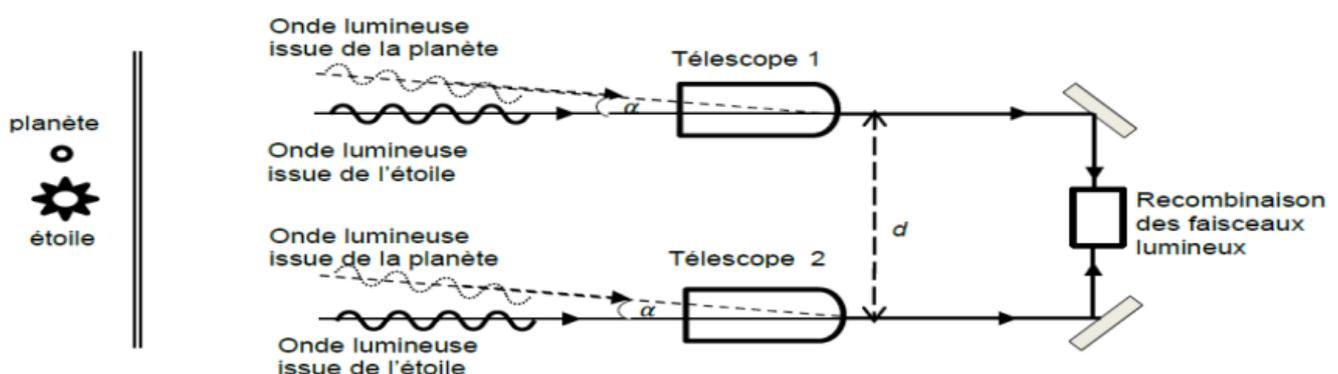
Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

2. Comment la faible luminosité d'une exoplanète la rend-elle difficile à observer ?

Les planètes sont très peu lumineuses par rapport aux étoiles ce qui ajoute une difficulté supplémentaire pour les observer. Un dispositif interférométrique, décrit dans le document 2, a été proposé en 1978 par le physicien australien Ronald N. Bracewell. Il permet de contourner ce problème. L'objectif est d'éliminer le signal de l'étoile tout en permettant l'enregistrement du signal émis par la planète.

Document 2 : Dispositif interférométrique

On considère deux télescopes identiques dont les lignes de visée sont dirigées vers une étoile lointaine. La direction d'une exoplanète à proximité de l'étoile fait un angle α avec la ligne de visée.



Dans ce dispositif, les faisceaux issus des deux télescopes sont recombinaison grâce à un dispositif optique situé à égale distance des deux télescopes.

Recombinaison des signaux issus de l'étoile

2.1. Justifier que, dans le dispositif décrit dans le document 2, les rayons lumineux issus de l'étoile et captés par les télescopes interfèrent de manière constructive au niveau de la recombinaison.

2.2. On appelle T la période de l'onde lumineuse. L'idée de Bracewell est d'ajouter, juste après le télescope 2, un système optique permettant d'ajouter un retard d'une demi-période $T/2$ sur le signal provenant de ce télescope. Montrer que ce système optique produit des interférences

destructives entre les deux rayons issus de l'étoile au niveau de la recombinaison. Quelle sera alors l'intensité du signal lié à l'étoile ?

Recombinaison des signaux issus de l'exoplanète

Les rayons lumineux issus de l'exoplanète arrivent sur les dispositifs interférométriques en faisant un angle α avec la ligne de visée. À cause de cette inclinaison, le signal lumineux arrive sur le télescope 2 avec un retard $\tau = \frac{d \cdot \sin \alpha}{c}$ où d est la distance entre les deux miroirs.

2.3. Montrer que le signal issu du télescope 2 a un retard de $\tau' = \frac{d \cdot \sin \alpha}{c} + \frac{T}{2}$ par rapport au signal issu du premier télescope.

2.4. À quelle condition sur le retard τ' va-t-on obtenir une interférence constructive ?

2.5. Montrer que cette relation peut aussi s'écrire $d \cdot \sin \alpha = (k - \frac{1}{2}) \cdot \lambda$, k étant un nombre entier.

2.6. Pour des petits angles, $\sin \alpha \approx \tan \alpha = \frac{r}{d_{TE}}$, en déduire la distance minimale d entre les deux télescopes pour obtenir une interférence constructive lors de l'observation de l'exoplanète 2M1207b en rotation autour de l'étoile 2M107a sachant que l'on travaille en infrarouge à $\lambda = 10 \mu\text{m}$.

Exercice 3 – Dispositif de sécurité routière

5 pts

Les voitures sont équipées d'un système de détection de la présence d'un passager pour lui signaler si sa ceinture de sécurité est bien attachée.

Un groupe d'élèves réalise un système de détection semblable à celui d'une voiture. Il est composé d'un capteur de pression capacitif « artisanal » associé à un microcontrôleur.

Le condensateur « artisanal » est constitué de deux feuilles d'aluminium séparées par une feuille de papier isolante. Lorsqu'un objet de masse m est posé dessus, il exerce une pression sur les deux feuilles d'aluminium et les déforme, ce qui modifie la capacité électrique du condensateur « artisanal ». Après un traitement numérique des signaux électriques, le microcontrôleur peut détecter la présence de l'objet.



Figure 1. Capteur capacitif (en noir) dans l'assise d'un siège



Figure 2. Photographie d'une face du capteur de pression capacitif « artisanal »

L'objectif de cet exercice est d'illustrer le principe de fonctionnement d'un tel capteur.

1. Étude du capteur de pression capacitif « artisanal »

Le capteur de pression capacitif « artisanal » est représenté en coupe à la figure 3.

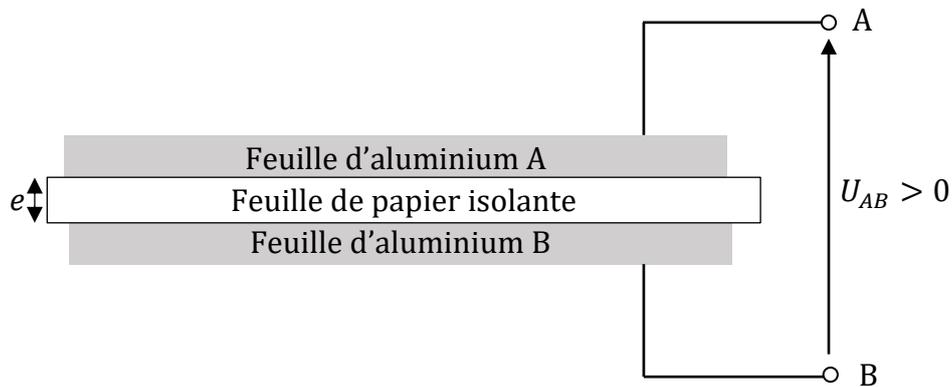


Figure 3. Schéma de la vue en coupe du capteur de pression « artisanal »

1.1. Justifier l'utilisation de l'adjectif « capacitif » dans l'expression « capteur de pression capacitif » couramment utilisée pour désigner ce genre de capteurs.

1.2. Si le capteur est soumis à une tension positive constante U_{AB} entre ses bornes A et B, des charges électriques apparaissent sur chacune des feuilles, notées Q_A sur la feuille d'aluminium A et Q_B sur la feuille d'aluminium B. On note C la capacité électrique de ce capteur. Donner l'expression littérale de la charge Q_A puis celle de la charge Q_B en fonction de C et U_{AB} .

1.3. La capacité électrique C d'un tel capteur s'écrit :

$$C = \frac{\varepsilon \times S}{e}$$

avec S la surface en regard des feuilles d'aluminium, e l'épaisseur de la feuille de papier isolante et ε une constante caractéristique de la feuille de papier isolante. Indiquer, en justifiant la réponse, le sens de variation de la capacité électrique C du capteur quand un objet est posé sur le condensateur « artisanal ».

2. Modélisation du circuit de la chaîne de mesure

La détection de la variation de la capacité électrique C du capteur est réalisée par un circuit électrique appelé la chaîne de mesure. Le circuit électrique associé peut se modéliser par le circuit schématisé ci-après :

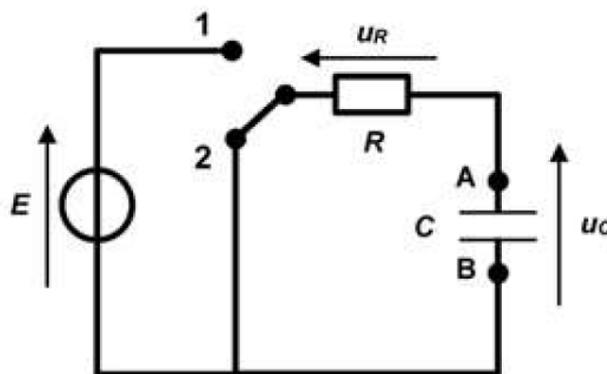


Figure 4. Schéma du circuit électrique

Le générateur de ce circuit est un générateur idéal de tension E . Le condensateur modélise le capteur de pression capacitif « artisanal » installé dans l'assise du siège du véhicule. La mesure de la tension aux bornes du condensateur, notée $u_C(t)$, est réalisée en permanence par un microcontrôleur qui n'est pas représenté sur le schéma. La résistance R est celle d'un conducteur ohmique. Le capteur de pression capacitif « artisanal » possède une capacité électrique C variable, selon que le capteur est soumis ou non à une pression extérieure.

Le commutateur possède deux positions notées 1 et 2 et joue le rôle d'un interrupteur fermé sur la position 1 ou sur la position 2.

On considère que l'interrupteur est dans la position 1 depuis un temps très long, et que les paramètres E , C et R sont constants. À la date $t = 0$, $u_C(0) = E$ et l'interrupteur est basculé dans la position 2.

2.1. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur pour $t \geq 0$ et l'écrire sous la forme :

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{\tau} = 0$$

Exprimer τ en fonction de R et C .

2.2. Vérifier que $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle et exprimer A en fonction de E .

2.3. Montrer que le condensateur est déchargé à la date $t = 5\tau$. On considère que le condensateur est déchargé lorsque la tension $u_C(t)$ devient égale à 1% de sa valeur initiale.

3. Test expérimental de la chaîne de mesure

Pour tester cette chaîne de mesure qui permet de détecter la présence d'une pression exercée sur le capteur, on réalise le circuit étudié précédemment. La commutation est réalisée automatiquement par le microcontrôleur.

On réalise l'expérience suivante :



Figure 5. Dispositif sans pression

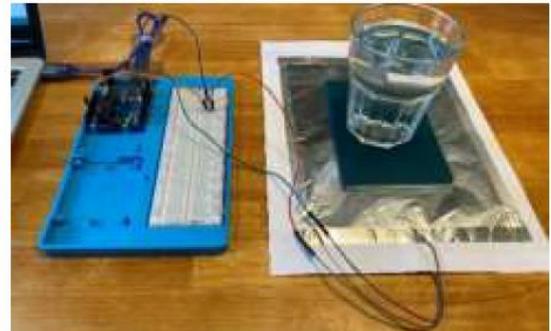


Figure 6. Dispositif avec pression

Un premier essai est conduit sans qu'aucune pression ne soit exercée sur le capteur (figure 5). Le microcontrôleur mesure la tension $u_C(t)$ au cours du temps aux bornes du capteur capacitif. Un second essai est réalisé au cours duquel une masse (ici un verre rempli d'eau) est posée sur le capteur (figure 6). De nouveau, on mesure la tension $u_C(t)$ au cours du temps aux bornes du capteur capacitif.

Données :

- tension du générateur idéal : $E = 5 \text{ V}$;
- résistance du conducteur ohmique : $R = 10 \text{ M}\Omega$;
- épaisseur de la feuille de papier isolante sans pression : $e = 1,0 \times 10^{-4} \text{ m}$.

Les séries de mesures, obtenues lors de ces deux essais, sont présentées sur le même graphique ci-dessous (figure 7). La date $t = 0$ correspond au passage du commutateur de la position 1 à 2 (figure 4).

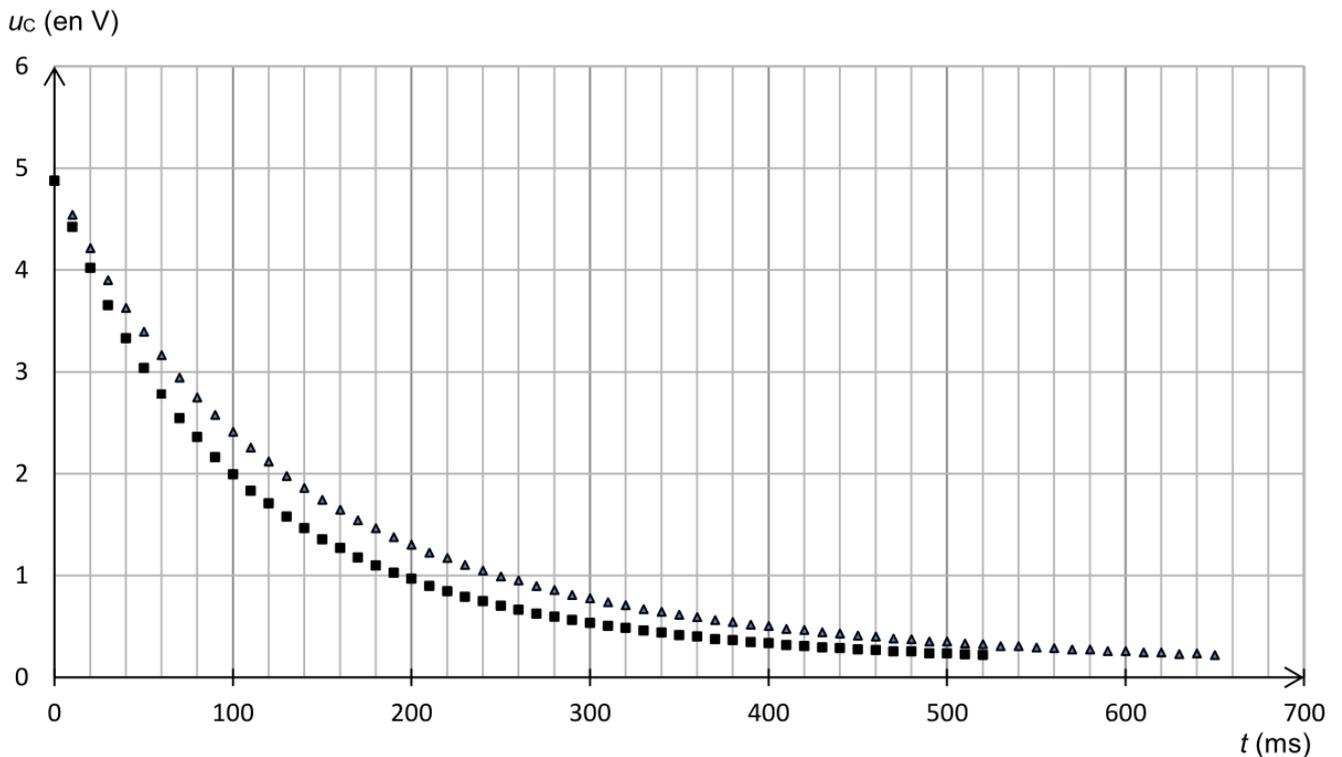


Figure 7. Évolution de u_C mesurée en fonction du temps lors des deux essais

3.1. Parmi les deux séries de mesures précédentes, représentées soit par ▲ soit par ■, associer celle qui correspond au dispositif sans pression et celle qui correspond au dispositif avec pression. Justifier.

On considère que la variation de capacité électrique ΔC est liée à la variation d'épaisseur Δe par la relation :

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta e}{e}$$

3.2. Déterminer la valeur de la variation d'épaisseur Δe , après avoir évalué la variation de capacité électrique ΔC .

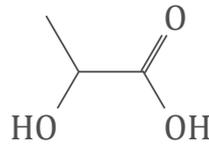
Correction

Ex.1

1.1. acide car groupe carboxy-, propanoïque car chaîne linéaire à trois C, 2-hydroxy- car groupe hydroxy- sur le carbone 2. [0,5]

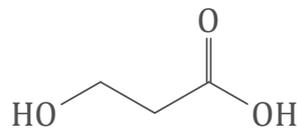
1.2. Fonction acide carboxylique et fonction alcool. [0,25]

1.3. Formule topologique [0,5]



C si un carbone apparent

1.4. Isomère de position de fonction [0,25]

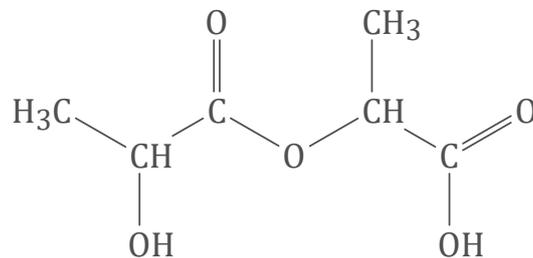


1.5. La liaison C=O vers 1700 cm^{-1} , et la liaison O-H (acide carboxylique et alcool) entre 2500 et 3500 cm^{-1} . [1]

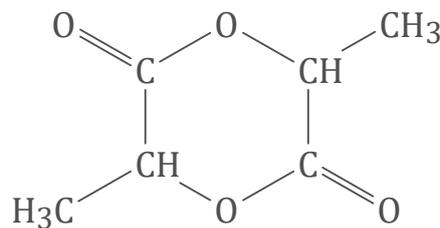
OK si valeurs nombre d'onde pas citées.

-1 si un seul type de liaison O-H cité.

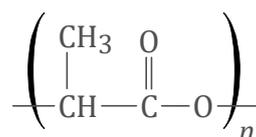
2.1. Ester formé : [1]



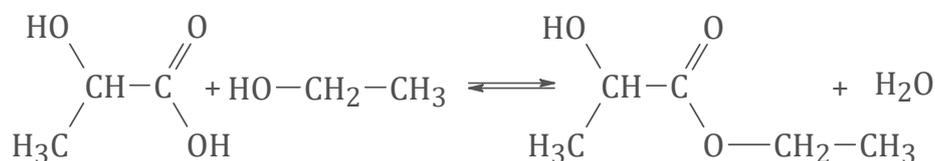
On peut éventuellement tenir compte d'une double estérification :



2.2. Polymère [0,75]



3.1. Réaction entre l'acide lactique et l'éthanol : [0,5]



3.2. Permet d'accélérer la réaction sans évaporation des espèces chimiques et sans problème de chauffage. [0,25]

3.3. Espèce chimique permettant de rendre une réaction plus rapide et dont la qdm à l'état finale est la même que la qdm à l'état initial. [0,25]

D si juste « accélérer la réaction »

3.4. Qdm d'acide lactique : $39,1 \div 90,0 = 0,434$ mol

Qdm d'éthanol : $66,7 \div 46 = 1,45$ mol

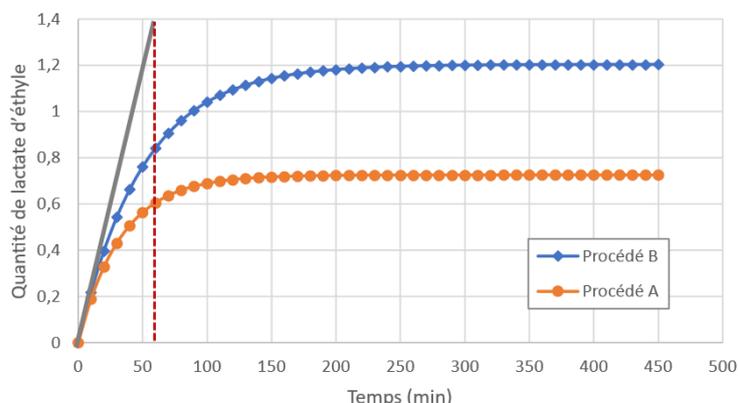
L'équation-bilan montre que ces deux réactifs réagissent en proportion 1 pour 1, donc l'éthanol est bien en excès. [0,5]

B si calcul de qdm sans conclusion

3.5. On pourrait obtenir 0,434 mol de lactate d'éthyle, soit $0,434 \times 118 = 51,2$ g [0,5]

3.6. **Erreur d'énoncé ! Le graphique est incohérent**

3.7. On trace la tangente à la courbe à $t = 0$. On trouve un coefficient directeur de $1,4 \div 60 = 23$ mmol·min⁻¹. Pour les deux procédés, la vitesse initiale est sensiblement la même. [1]



3.8. $Q_r = \frac{[\text{lactate d'éthyle}]}{[\text{acide lactique}][\text{éthanol}]}$ [0,25]

-1 si H₂O

3.9. Le lactate d'éthyle se trouve « isolé » dans le solvant car l'eau y est insoluble. Il ne peut donc pas réagir avec l'eau pour former l'acide lactique et l'éthanol. Comme la réaction « inverse » ne se fait (presque) plus, l'équilibre est grandement déplacé dans le sens direct. [1]

3.10. Il faut produire $28 \times 0,8 = 22,4$ millions de tonnes de lactate d'éthyle.

Ça fait une masse, en grammes de $22,4 \times 10^6 \times 10^3 \times 10^3 = 22,4 \cdot 10^{12}$ g

D'où on tire la qdm de lactate d'éthyle nécessaire : $22,4 \cdot 10^{12} \div 118 = 1,90 \cdot 10^{11}$ mol

Il faut donc la même quantité de matière d'éthanol (en supposant un rendement de 100 %).

Cela représente une masse de $8,73 \cdot 10^{12}$ g d'éthanol.

Ce qui donne un volume de $8,73 \cdot 10^{12} \div 0,789 = 1,11 \cdot 10^{13}$ mL, soit $1,11 \cdot 10^{10}$ L, soit 11 milliards de litres (soit environ 9 % de la production totale). C'est donc tout à fait possible. [1,5]

Ex.2

1.1. La lumière est une onde. [0,25]

1.2. Pour distinguer la planète de l'étoile, il faut que α soit au minimum égal à θ_{diff} . [1]

De notre cas, $\alpha = 55 \text{ ua} \div 230 \text{ al} = 55 \times 1,5 \cdot 10^{11} \div (230 \times 9,46 \cdot 10^{15}) = 3,79 \cdot 10^{-6}$ radian

Donc $D = 1,22 \times \frac{\lambda}{\alpha} = 0,64$ m

C si seulement calcul de α .

2.1. Les deux rayons lumineux sont en phase au niveau de leur arrivé dans les télescopes car ils ont parcouru le même chemin depuis l'étoile d'où ils sont partis. Comme ils parcourent également le même chemin jusqu'au dispositif de recombinaison, ils y arrivent également en phase. [0,5]

2.2. Avec un retard de $T/2$, ils auront un décalage d'une demi-longueur d'onde et seront en opposition de phase. Il y aura donc interférence destructive. Le signal de l'étoile sera faible. [0,5]

2.3. Il y a le retard au moment de l'arrivé sur le télescope + le retard créé d'une demi-période. [0,25]

2.4. Il faut que τ' soit égal à un nombre entier de fois la période de l'onde. [0,5]

2.5. On part de $\frac{d \cdot \sin \alpha}{c} + \frac{T}{2} = kT$ [1]

$$\frac{d \cdot \sin \alpha}{c} = kT - \frac{T}{2}$$

$$d \cdot \sin \alpha = kTc - \frac{cT}{2}$$

$$d \cdot \sin \alpha = k\lambda - \frac{\lambda}{2}$$

$$d \cdot \sin \alpha = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

2.6. La distance minimale est obtenue pour $k = 1$. On a $\alpha = 3,79 \cdot 10^{-6}$ radian

$$\text{Donc } d = 0,5 \times \frac{\lambda}{\sin \alpha} = 0,5 \times \frac{10^{-5}}{3,79 \cdot 10^{-6}} = 1,3 \text{ m} \quad [1]$$

Ex.3

1.1. Capacitif car ayant une capacité, car il s'agit d'un condensateur. [0,25]

1.2. $Q_A = C \cdot U_{AB} = -Q_B$ [0,5]

1.3. Quand une pression est exercée sur le capteur, e diminue donc C augmente puisqu'il varie en $\frac{1}{e}$. [0,5]

2.1. À $t = 0$, $u_C + u_R = 0$

D'autre part $u_R = RI = R \frac{dQ}{dt}$ et $Q = C \cdot u_C$, donc $u_R = RC \frac{du_C}{dt}$

On a donc l'équation différentielle : $u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0$ ou encore $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = 0$

On voit que $\tau = RC$ [1]

2.2. Si on remplace $u_C(t)$ par $Ae^{-\frac{t}{\tau}}$, on obtient $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = -\frac{1}{\tau} \cdot Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau} \cdot Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0$.

Donc $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ est bien solution de l'équation-différentielle.

De plus, à $t = 0$, $u_C(0) = E = A$. [1]

« Vérifier que » n'a pas été vu en cours.

Donc OK si mise en forme de l'équation différentielle $f' + af = 0$ puis « on sait que Ke^{-at} » est solution de cette équation.

2.3. $e^{-5} \approx 0,007$ soit moins de 1 %. [0,5]

3.1. Quand la pression sur le capteur augmente, e diminue et donc C augmente. Quand C augmente, τ augmente et le condensateur se décharge moins rapidement. Il s'agit donc de la courbe matérialisée par des triangles. [0,5]

3.2. Lorsque u_C est à 63 % de sa valeur initiale (soit environ 3,1 V), on sait que $t = \tau$.

Entre les deux situations, τ est passé de 50 à 60 ms environ, soit une variation de +20 %.

Donc C a varié également de +20 % et e a varié de -20 %.

D'où $\Delta e = -2,0 \cdot 10^{-5}$ m.

On peut aussi être plus précis en calculant la valeur de C pour les deux courbes :

Avec pression : $u_{C_1}(0,1) = E \cdot e^{-\frac{0,1}{RC_1}} \simeq 2,4$ V d'où : $C_1 = \frac{0,1}{R \cdot \ln\left(\frac{5}{2,4}\right)} = 13,8$ nF

Sans pression : $u_{C_2}(0,1) = E \cdot e^{-\frac{0,1}{RC_2}} \simeq 2,0$ V d'où : $C_2 = \frac{0,1}{R \cdot \ln\left(\frac{5}{2}\right)} = 10,9$ nF

On a donc $\Delta C = +2,9$ nF, soit une augmentation d'environ 27 % (cette valeur est plus précise que celle calculée dans la dernière question) et donc $\Delta e = -2,5 \cdot 10^{-5}$ m **[0,75]**